

УДК 004.942:519.718

DOI <https://doi.org/10.32689/maup.it.2025.1.37>

Олег БАРАБАШ

доктор технічних наук, професор,

професор кафедри інженерії програмного забезпечення в енергетиці

Національний технічний університет України «Київський політехнічний університет імені Ігоря Сікорського», bar64@ukr.net

ORCID: 0000-0003-1715-0761

Андрій МУСІЄНКО

доктор технічних наук, доцент,

професор кафедри інженерії програмного забезпечення в енергетиці

Національний технічний університет України «Київський політехнічний університет імені Ігоря Сікорського», mysienkoandrey@gmail.com

ORCID: 0000-0002-1849-6716

Ольга СВИНЧУК

кандидат фізико-математичних наук, доцент,

доцент кафедри інженерії програмного забезпечення в енергетиці

Національний технічний університет України «Київський політехнічний університет імені Ігоря Сікорського», 7011990@ukr.net

ORCID: 0000-0001-9032-6335

Олексій ДУДКІН

студент-магістр кафедри інженерії програмного забезпечення в енергетиці

Національний технічний університет України «Київський політехнічний університет імені Ігоря Сікорського», linkalex469@gmail.com

ОЦІНКА ЙМОВІРНОСТІ ЗВ'ЯЗНОСТІ СТРУКТУР ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ НА РІЗНИХ ГРАФОВИХ МОДЕЛЯХ

Анотація. Функціональна стійкість інформаційних систем є ключовим фактором їхньої надійності, особливо для критичної інфраструктури, хмарних сервісів та розподілених мереж. Відмова окремих компонентів може призвести до значних економічних і технічних втрат. Оцінка ймовірності зв'язності системи на основі графових моделей дозволяє прогнозувати її стійкість до збоїв.

Метою статті є аналіз та порівняння різних методів оцінки функціональної стійкості інформаційних систем на основі графових моделей, а також розробка програмного забезпечення для їхнього моделювання.

Методологія. У статті досліджено основні методи оцінки функціональної стійкості інформаційних систем та проведено порівняльний аналіз точних і наближених методів розрахунку. Також розроблено програмний інструмент для візуалізації та аналізу функціональної стійкості мережевих структур, визначено вплив різних параметрів системи на її загальну стійкість.

Наукова новизна роботи полягає у розробці підходу до оцінки функціональної стійкості інформаційних систем на основі графових моделей, порівнянні точних і наближених методів, створенні програмного інструменту для моделювання та аналізу зв'язності структур, а також виявленні ключових факторів, що впливають на стійкість систем.

Висновок. Проведено аналіз методів оцінки функціональної стійкості інформаційних систем на основі графових моделей. Порівняно точні та наближені підходи, зокрема метод повного перебору, метод мінімальних шляхів, Езарі-Прошана та Литвака-Ушакова. Визначено, що вибір методу залежить від складності системи та вимог до точності розрахунків. Розроблене програмне забезпечення дозволяє моделювати та аналізувати функціональну стійкість різних графових структур. Отримані результати можуть бути використані для підвищення надійності та безперебійної роботи інформаційних систем.

Ключові слова: функціональна стійкість, програмне забезпечення, інформаційна система, графи, ймовірність, точні оцінки, наближені оцінки, моделювання.

Oleg BARABASH, Andrii MUSIENKO, Olha SVYNCHUK, Olexsii DUDKIN. ASSESSMENT OF THE PROBABILITY OF CONNECTION BETWEEN STRUCTURES OF INFORMATION SYSTEMS ON DIFFERENT GRAPH MODELS

Abstract. Functional stability of information systems is a key factor in their reliability, especially for critical infrastructure, cloud services, and distributed networks. The failure of individual components can lead to significant economic and technical losses. Assessing the probability of system connectivity based on graph models allows predicting its resilience to failures.

The aim of this paper is to analyze and compare different methods for assessing the functional stability of information systems based on graph models, as well as to develop software for their modeling.

Methodology. The paper examines the main methods for assessing the functional stability of information systems and conducts a comparative analysis of exact and approximate calculation methods. A software tool for visualizing and analyzing the functional stability of network structures has also been developed, determining the impact of various system parameters on overall stability.

Scientific novelty. The scientific contribution of this study lies in the development of an approach to assessing the functional stability of information systems based on graph models, comparing exact and approximate methods, creating a software tool for modeling and analyzing structural connectivity, and identifying key factors affecting system stability.

Conclusion. The paper analyzes methods for assessing the functional stability of information systems based on graph models. Exact and approximate approaches, including the full enumeration method, minimal path method, Ezary-Proshan method, and Litvak-Ushakov method, have been compared. It has been determined that the choice of method depends on the complexity of the system and the accuracy requirements. The developed software enables modeling and analyzing the functional stability of various graph structures. The obtained results can be used to enhance the reliability and continuous operation of information systems.

Key words: functional stability, software information system, graphs, probability, exact estimates, approximate estimates modeling.

Вступ. Сучасні інформаційні системи відіграють ключову роль у забезпеченні стабільної роботи підприємств, організацій та об'єктів критичної інфраструктури. Однак, навіть за високого рівня автоматизації, повністю виключити вплив людського фактора неможливо. Деякі завдання, зокрема адаптація систем до нових умов експлуатації, усунення помилок та прогнозування можливих збоїв, вимагають активної участі фахівців.

Прогнозування потенційних відмов і порушень у роботі інформаційних систем набуває особливої значення, оскільки дозволяє підвищити їхню функціональну стійкість – здатність зберігати працездатність за умов впливу зовнішніх і внутрішніх дестабілізуючих факторів. Аналіз існуючих методів оцінювання надійності та запобігання несправностям є необхідним кроком для розробки ефективних підходів до забезпечення безперебійної роботи систем.

Особливо важливою є функціональна стійкість розподілених інформаційних систем, що працюють у режимі реального часу, зокрема хмарних сервісів, вебзастосунків і систем керування критичною інфраструктурою. Втрата працездатності навіть окремих компонентів таких систем може спричинити значні економічні та операційні збитки. Тому дослідження механізмів прогнозування та запобігання збоєм є ключовим завданням у сфері розробки й експлуатації інформаційних систем.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Розв'язанню задач забезпечення функціональної стійкості присвячено багато наукових праць. У роботах [1-3] описуються основні поняття функціональної стійкості, визначено вимоги та критерії для функціонально стійких складних систем. Запропоновані методи для забезпечення відмовостійкості інформаційної системи [4-5], методи оцінки та усунення слабких місць у фізичній та функціональній інфраструктурі інформаційно-комунікаційних мереж [6], моніторингу та прогнозування її технічного стану [7], застосування ієрархічного підходу для організації засобів забезпечення функціональної стійкості [8-9]. У статті [10] досліджено можливості застосування нейронних мереж для діагностики стану систем та практичного застосування інструментарію нейронних мереж для виявлення та локалізації дефектів в роботі систем. У [11] розроблено алгоритми забезпечення функціональної стійкості системи управління центру обробки даних та визначення реального технічного стану системи, які утворюють дворівневу систему діагностування відмов. В [12] запропоновано будувати функціонально стійкі інформаційні системи на основі принципів багатOVERсійної різноманітності, багатопараметричної адаптації та багаторівневого управління деградацією системи.

У науковій літературі розглядається низка підходів до оцінки функціональної стійкості, зокрема класичні методи ймовірнісного аналізу, структурного моделювання та графових алгоритмів.

У статті [13] проводиться порівняльний аналіз класичних ймовірнісних методів, а саме точного методу повного перебору станів системи та наближеного методу Литвака-Ушакова. Наведено два приклади інформаційної системи у вигляді простих графів, на яких демонструється ймовірності зв'язності між початковою та останньою вершинами вибраними методами. Розглянуто їх переваги та недоліки по відношенню один до одного та робиться загальний висновок щодо специфіки їх застосування.

У статті [14] запропоновано підхід щодо оцінювання надійності функціонування підсистеми передачі даних автоматизованої системи управління авіацією та протиповітряною обороною на основі методу мінімальних шляхів і мінімальних перетинів. Розглянуті математичні методики оцінювання надійності інформаційних систем, що можуть бути використані при оцінюванні надійності підсистеми передачі даних автоматизованої системи управління авіацією та протиповітряною обороною.

У статті [15] проведено порівняльний аналіз підходів, методів та формалізованих математичних описів, що застосовуються для оцінювання функціональної стійкості гетерогенних інформаційних

систем. Наведено формалізовані описи структурного та імовірнісного критеріїв функціональної стійкості структури гетерогенної інформаційної системи та методики розрахунку узагальненого ймовірного показника функціональної стійкості як згортки матриці зв'язності структури.

У статті [16] проаналізовано стан, напрями та основні причини зростання кількості інцидентів інформаційної безпеки. Підвищення рівня захищеності мережових інформаційних систем від дисфункційних станів досягнуто завдяки розвитку методу управління функціональною стійкістю інформаційних систем на основі оптимізації видатків на захист.

У статті [17] проводиться оцінка меж надійності для когерентних подвійних систем і порівняння різних меж надійності з точки зору суб'єктивних, математичних факторів і факторів ефективності за допомогою різних методів апроксимації в порівнянні з методом Езарі-Прошана.

Провівши аналіз, виявлено, що більшість наявних досліджень не враховує вплив специфічних архітектурних особливостей систем, а також не дає чітких рекомендацій щодо вибору методів оцінки в залежності від їхньої складності та вимог до точності.

Метою статті є аналіз та порівняння різних методів оцінки функціональної стійкості інформаційних систем на основі графових моделей, а також розробка програмного забезпечення для їхнього моделювання.

Для досягнення цієї мети в статті потрібно:

- дослідити основні методи оцінки функціональної стійкості інформаційних систем;
- провести порівняльний аналіз точних і наближених методів розрахунку;
- розробити програмний інструмент для візуалізації та аналізу функціональної стійкості мережових структур;
- визначити вплив різних параметрів системи на її загальну стійкість.

Виклад основного матеріалу. Функціональна стійкість інформаційної системи визначається її здатністю виконувати заданий перелік функцій з мінімально допустимою або регламентованою кількістю помилок за умов впливу дестабілізуючих факторів. Це поняття охоплює не лише прогнозування можливих проблем, а й адаптивну реакцію системи на постійно діючі чинники, що можуть впливати на її стабільність. Функціональна стійкість інформаційної системи зазвичай розглядається через призму ймовірності її коректного функціонування. Це означає, що існує певна ймовірність безперешкодної передачі інформації між окремими елементами системи або, навпаки, ймовірність відмови окремих її компонентів [1]. Графічне представлення інформаційної системи можливе у вигляді неорієнтованого графа, де кожна вершина відповідає конкретному елементу системи, а ребра моделюють зв'язки між ними. У такій моделі кожній вершині присвоюється унікальний номер, а також визначаються початковий та кінцевий елементи. Далі необхідно розрахувати ймовірності справності кожного зв'язку, що дозволить оцінити загальну ймовірність успішного виконання головного завдання системи – передачі спеціалізованих даних від початкового елемента до кінцевого. Такий підхід дає змогу формалізувати процес оцінки надійності системи та застосовувати математичні методи для аналізу її стійкості.

Для ефективного прогнозування можливих збоїв у функціонуванні інформаційної системи необхідно забезпечити максимально точну оцінку функціональної стійкості системи. Проте, в реальних умовах більшість інформаційних систем є складними, що ускладнює проведення точних розрахунків. Навіть за умови використання сучасних обчислювальних потужностей, виконання таких розрахунків може виявитися надмірно ресурсомістким і потребувати значних обчислювальних витрат. На даний час вже існує низка методів для функціональної стійкості. Кожен із цих методів має як переваги, так і певні обмеження. Деякі підходи дозволяють отримати більш точні результати, але потребують значних обчислювальних ресурсів, тоді як інші, менш ресурсомісткі методи, можуть давати лише наближені оцінки. Таким чином, вибір конкретного методу оцінки функціональної стійкості залежить від складності системи, доступних обчислювальних ресурсів, а також необхідного рівня точності прогнозування можливих збоїв у її роботі. Найбільш відома класифікація методів оцінки функціональної стійкості – точні та наближені [1].

Точні методи використовують строгі математичні моделі для оцінки параметрів стійкості систем. Вони забезпечують високу точність результатів, але часто вимагають значних обчислювальних ресурсів та часу. Точні методи ідеально підходять для систем з відносно простою структурою та невеликою кількістю компонентів, де можливе детальне математичне моделювання. Відомі методи: метод повного перебору, метод структурних перетворень графа, метод пошуку всіх простих ланцюгів, метод пошуку всіх простих перетинів.

Найпростішим і найточнішим є *метод повного перебору станів*, тобто повного перебору усіх можливих працездатних станів при визначенні їх ймовірностей P_{ij} в системі. Аналізуючи працездатність кожного стану, необхідно враховувати число елементів, що відмовили, та їх розташування в системі. Якщо

кількість ребер графа дорівнює n , то кількість станів для аналізу – це 2^n , оскільки стан ребра може бути працездатний (p) або непрацездатний ($q=1-p$). Ймовірність безвідмовної роботи системи визначається як сума ймовірностей всіх працездатних станів.

Нехай в даній структурі системи вершини є абсолютно справними, а ребра можуть знаходитися як в справному стані, так і в несправному. Ймовірності справного стану кожного ребра є однаковою для всіх і дорівнює p . Якщо система має послідовне та паралельне з'єднання елементів, то для знаходження ймовірності зв'язності між двома вершинами використовуються формули:

$$P_{ij} = \sum_{k=1}^m p(s_k), \quad P_{ij} = 1 - \prod_{k=1}^m (1 - p(s_k)), \quad (1.1)$$

де m – кількість шляхів sk , які з'єднують вершини vi та vj , а $p(sk)$ – ймовірність справності цього шляху [13].

Якщо ж структура системи є розгалуженою, тобто не є послідовно-паралельною, то її потрібно перетворити до такого з'єднання елементів, щоб можна було використовувати формули (1.1). Якщо це зробити неможливо, то такі системи називаються структурно-складними. Прикладами таких систем є місткові системи або комбінації місткових схем. Щоб визначити всі стани робочі стани системи, можна використовувати структурну функцію надійності $\Phi(x)$, і для неї знаходити досконалу диз'юнктивну нормальну форму (ДДНФ), яка є єдиною для конкретної булевої функції. Потім з ДДНФ легко можна перейти до формули для оцінки ймовірності безвідмовної роботи системи.

Також для знаходження ймовірності перебування графа в стані, коли серед n ребер i штук відмовили, можна використовувати формулу Бернуллі:

$$P_n(i) = C_n^i q^i p^{n-i}. \quad (1.2)$$

Знайдемо ймовірність зв'язності між всіма вершинами графу на (рис. 1).

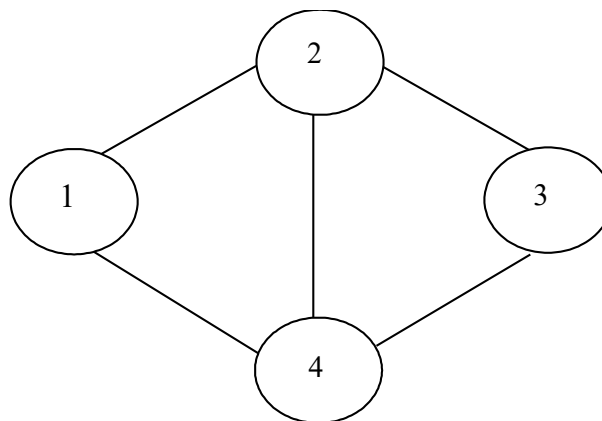


Рис. 1. Приклад графу місткової структури

Знайдемо ймовірність зв'язності між вершинами 1 та 3:

- безвідмовна робота всіх ребер – p^5 ;
- відмова одного з ребер – $C_5^1 q p^4 = 5q p^4$;
- відмова будь-яких двох ребер – $C_5^2 q^2 p^3 = 10q^2 p^3$, крім двох випадків, коли два ребра інцидентні або вершині 1, або вершині 3, тобто $8q^2 p^3$;
- відмова будь-яких трьох ребер – $C_5^3 q^3 p^2 = 10q^3 p^2$, але з 10 випадків потрібно залишити 2 випадки, коли відмовлять три ребра інцидентні або вершині 2, або вершині 4, тобто $2q^3 p^2$.

Отримаємо:

$$P_{13} = p^5 + 5q p^4 + 8q^2 p^3 + 2q^3 p^2 = 2p^5 + 5p^4 + 2p^3 + 2p^2.$$

Аналогічно провівши обрахунки для інших пар вершин, отримаємо:

$$P_{12} = P_{14} = P_{32} = P_{34} = p^5 + 5q p^4 + 9q^2 p^3 + 5q^3 p^2 + q^4 p,$$

$$P_{24} = p^5 + 5q p^4 + 10q^2 p^3 + 8q^3 p^2 + q^4 p.$$

Тепер порахуємо ймовірність зв'язності всієї системи:

- всі ребра справні, то граф зв'язний – p^5 ;
- у випадку відмови одного з ребер зв'язність зберігається – $5qp^4$;
- у випадку відмови двох ребер граф не буде зв'язним, якщо несправні будуть ребра, інцидентні або вершині 4, або вершині 2, тобто $8q^2p^3$.

Отримаємо:

$$P = p^5 + 5qp^4 + 8q^2p^3.$$

Порівнявши всі отримані ймовірності:

$$P < P_{\min} = P_{13} < P_{12} = P_{14} = P_{23} = P_{34} < P_{24} = P_{\max},$$

можна зробити висновок, що ймовірність зв'язності всієї системи не перевищує ймовірності зв'язності між будь якою парою вершин графа.

Аналогічно знайдемо ймовірності зв'язності для повних графів K_n , де кількість ребер обчислюється як $n(n-1)/2$:

$$1) P(K_3) = p^3 + 3qp^2;$$

$$2) P(K_4) = p^6 + 6qp^5 + 15q^2p^4 + (C_6^3 - 4)q^3p^3;$$

$$3) P(K_5) = p^{10} + C_{10}^1 qp^9 + C_{10}^2 q^2 p^8 + C_{10}^3 q^3 p^7 + (C_{10}^4 - 5)q^4 p^6 + (C_{10}^5 - (n-1)nC_6^1)q^5 p^5 + (C_{10}^6 - nC_6^2 - 2n)q^6 p^4.$$

Як видно, чим більше ребер має граф, тим формули стають більш громіздкими. Однак, системи у вигляді повних графів на практиці зустрічаються дуже рідко. Метод повного перебору є найточнішим серед усіх відомих точних методів, але для обчислення стійкості доволі великих систем може потребувати занадто багато часу та ресурсів, тобто його недоліком є громіздкість обчислень.

Наближені методи, в свою чергу, засновані на статистичних або евристичних підходах, що дозволяють отримати оцінку стійкості швидше і з меншими витратами ресурсів. Ці методи підходять для складних систем, де точне моделювання є непрактичним. Вони дають наближену оцінку ймовірності зв'язності між елементами системи, тобто верхню і нижню оцінку. Найбільш відомими є методи Езарі-Прошана, Литвака-Ушакова та Полеського [1]. Інколи методи Езарі-Прошана і Литвака-Ушакова застосовують разом, використовуючи переваги обох методів.

Метод Езарі-Прошана (або метод мінімальних шляхів і перетинів) дозволяє отримати нижню і верхню оцінку надійності за рахунок знаходження мінімальних шляхів та мінімальних перетинів. Мінімальний шлях – це простий шлях, який утворюється з послідовності зв'язаних елементів, працездатність яких забезпечує роботу системи, а відмова хоча б одного елемента призводить до відмови усієї системи. Такий шлях не проходить жодну вершину більше одного разу і не утворює циклів. Якщо хоча б один мінімальний шлях залишається працездатним, система не відмовляє. Мінімальний перетин – це мінімальна сукупність ребер, видалення яких перериває всі шляхи між вузлами. Це означає, що система перестав працювати, якщо відмова присутня у всіх ребер цієї сукупності. Відповідно нижня оцінка розраховується за допомогою мінімальних перетинів, а верхня – за допомогою мінімальних шляхів. За формулою (1.3) розраховується ймовірність безвідмовної роботи усієї системи у загальному випадку:

$$\prod_{1 \leq j \leq N} \left(1 - \prod_{i \in B_k} q_i \right) \leq P \leq 1 - \prod_{1 \leq j \leq M} \left(1 - \prod_{i \in A_k} p_i \right), \quad (1.3)$$

де $\{A_1, A_2, \dots, A_M\}, \{B_1, B_2, \dots, B_N\}$ – множини мінімальних шляхів і мінімальних перетинів,

M, N – кількості мінімальних шляхів і мінімальних перетинів відповідно,

p_i – ймовірність справності ребра,

q_i – ймовірність відмови ребра.

Хоч даний метод є наближеним, проте він допомагає зменшити кількість обрахунків. Значення ймовірності, отримане за допомогою методу повного перебору, буде лежати у проміжку між нижньою та верхньою оцінками за Езарі-Прошана. Верхню межу можна використовувати просто як перебір простих шляхів, замінюючи метод повного перебору, однак точність обрахунків після цього падає.

Метод Литвака-Ушакова є модифікацією методу Езарі-Прошана. Даний метод знаходить множини непересічних мінімальних шляхів і непересічних мінімальних перетинів. Всі мінімальні шляхи подаємо у вигляді паралельного сполучення, а мінімальних перетинів – послідовного з'єднання. За формулою (1.4) розраховуються граничні оцінки ймовірності безвідмовної роботи усієї системи у загальному випадку:

$$\min_{1 \leq t \leq T} \left\{ 1 - \prod_{1 \leq k \leq m_t} \left(1 - \prod_{i \in B_k^t} q_i \right) \right\} \leq P \leq \max_{1 \leq s \leq S} \left\{ 1 - \prod_{1 \leq k \leq n_s} \left(1 - \prod_{i \in A_k^s} p_i \right) \right\}, \quad (1.4)$$

де S, T – число всіх підмножин реберно непересічних шляхів та непересічних перетинів відповідно,
 A_k^s – k -та підмножина ребер в s -му наборі шляхів,
 B_k^t – k -та підмножина ребер в t -му наборі перетинів,
 n_s – число різних непересічних мінімальних шляхів в s -ій підмножині,
 m_t – число різних непересічних мінімальних перетинів в t -ій підмножині,
 p_i – ймовірність справності окремого елемента,
 q_i – ймовірність відмови окремого елемента.

Метод Литвака-Ушакова є більш точним за Езарі-Прошана, однак потребує визначення непересічних між собою мінімальних шляхів та мінімальних перетинів і тому закономірно потребує більше часу на обробку.

Для тестування будуть обиратися графи моделей систем із не більше ніж 25 зв'язками (ребрами), оскільки далі обрахунки стають дуже складні і фактично в такій ситуації можна розділити граф на окремі частини, щоб протестувати кожну з них незалежно одна від іншої.

Для аналізу функціональної стійкості системи будемо візуалізувати систему у вигляді графу, який детально описує вершини та зв'язки між ними, надаючи інтуїтивно зрозумілий інтерфейс для аналізу інформаційної системи. Вершини на графі представляють різні компоненти системи, такі як маршрутизатори, комутатори, сервери та інші пристрої. З'єднання між цими вершинами візуалізуються у вигляді ліній, що показують логічні зв'язки.

Для оцінки функціональної стійкості системи, яка представлена у вигляді графа, користувачу потрібно обрати метод: метод мінімальних шляхів (Simple paths) та метод Литвака-Ушакова (Litvak-Ushakov).

На (рис. 2) зображений порівняльний аналіз функціональної стійкості між першою та останньою вершинами (1-4) для повного графа K_4 . У вікні аналізу для кожного з методів представлені:

- загальна формула обрахунку ймовірності зв'язності між двома вершинами P і формула для частинного випадку, коли $p = \text{const}$;
- графік залежності ймовірності зв'язності P від ймовірності справності ребер p , що дає можливість візуально оцінити загальну функціональну стійкість обраної системи;
- віконце, де користувач може самостійно встановлювати значення ймовірностей справності від 0 до 1 відносно кожного ребра графа;
- числове значення ймовірності зв'язності між двома вершинами P .

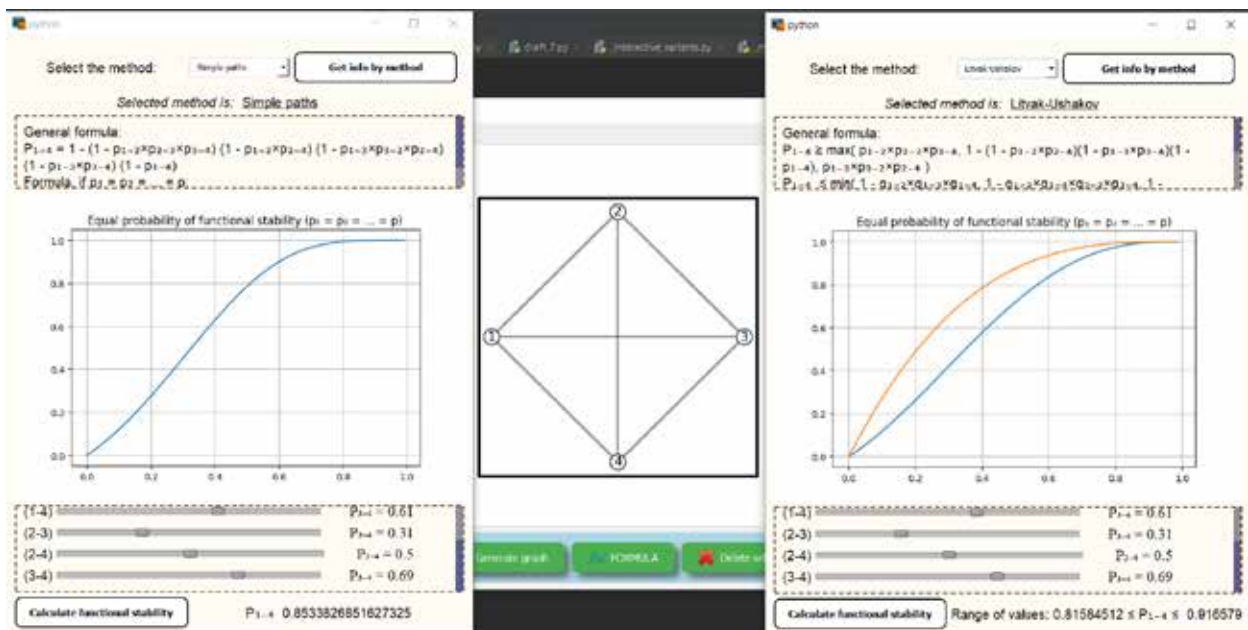


Рис. 2. Порівняльний аналіз повного графа K_4

Значення ймовірності зв'язності P_{1-4} , отримані за методом мінімальних шляхів, розташовані між граничними оцінками Литвака-Ушакова. Метод мінімальних шляхів є верхньою оцінкою згідно з методом Езарі-Прошана і тому це не є максимально точний результат. Проте можна зробити висновок,

що якщо значення нижньої оцінки Литвака-Ушакова і мінімальних шляхів майже співпадають, то це вказує на те, що вони дуже близькі до точного значення.

На (рис. 3) зображений результат тестування повного графу K_8 .

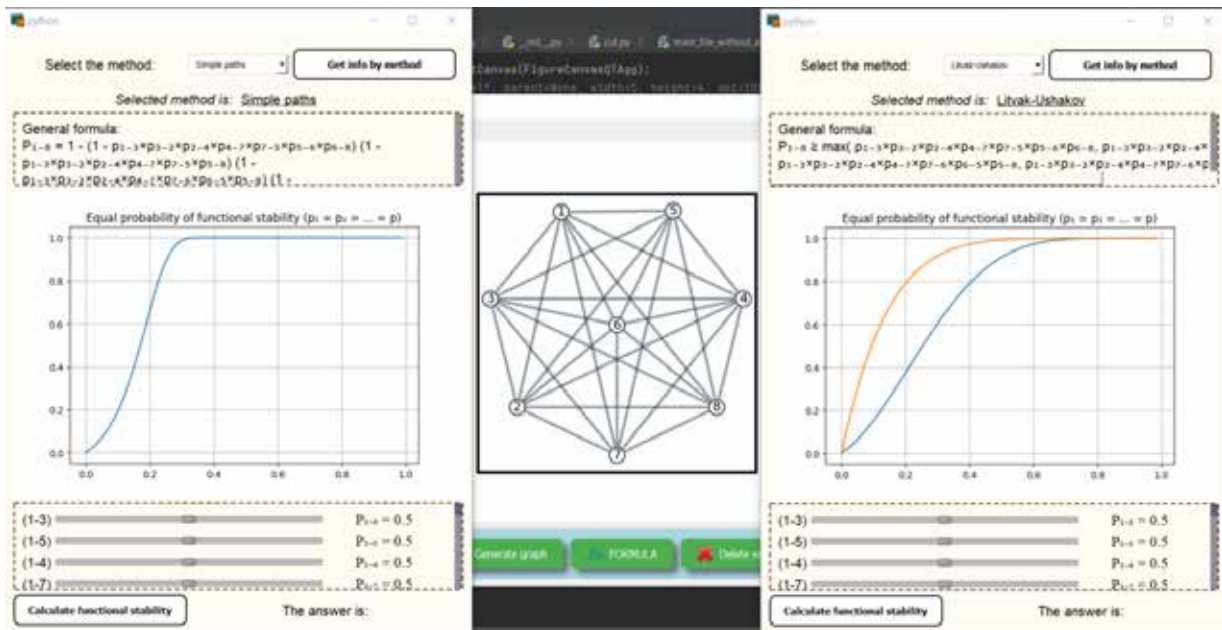


Рис. 3. Порівняльний аналіз повного графу K_8

Лівий графік швидко зростає і при значенні ймовірності для кожного ребра $p=0,3$ наближується одиниці. Також можна побачити, що верхня оцінка правого графіка на проміжку $p \in (0,2; 0,5)$ є меншою, ніж значення лівого графіку. Це означає, що там, де лівий графік швидко зростає і отримує значення одиниці, присутня похибка.

Також проаналізуємо повний граф K_9 для кожного методу (рис. 4).

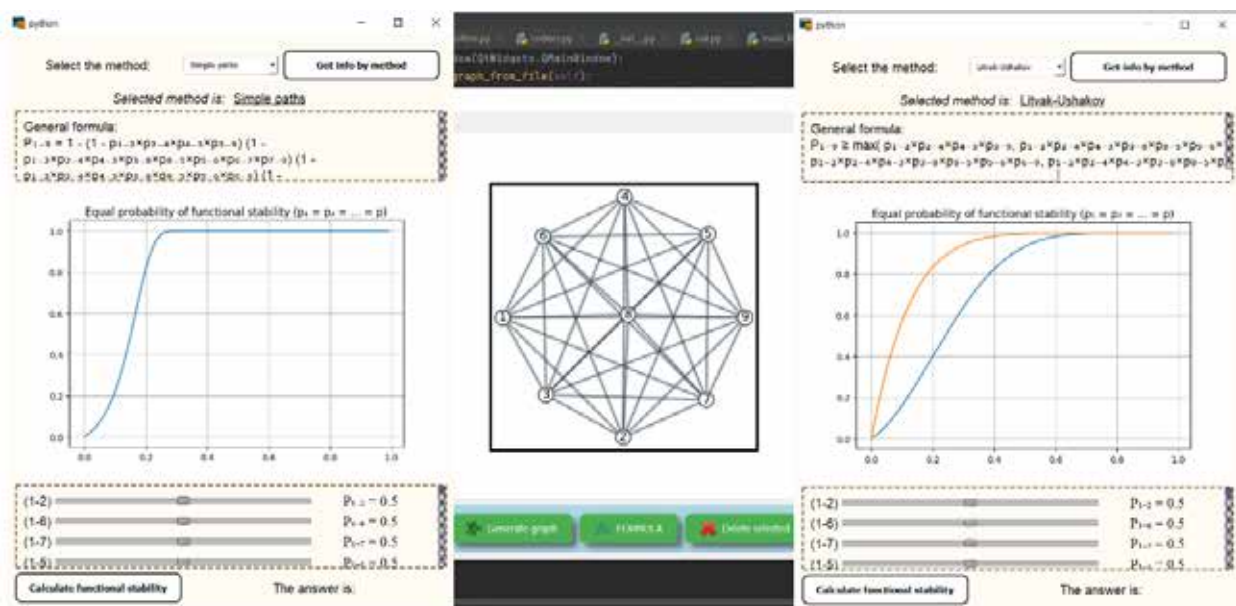


Рис. 4. Порівняльний аналіз повного графу K_9

В обох методах спостерігається пороговий ефект: при малих значеннях p ймовірність функціональної стійкості низька, але після певного значення p вона швидко зростає. Порівнявши графіки, можна

зробити висновок, що чим більше вершин в повному графі, тим швидше зростає значення ймовірності зв'язності P .

Надалі розрахунки саме повних графів не мають сенсу, оскільки розрахунок за методом Литвака-Ушакова вже зайняв десть принаймні 4 секунди у 8-вершинного графа і аж 26 секунд у 9-вершинного. Користувач може генерувати власний граф, задаючи кількість вершин від 2 до 20, та кількість ребер від 0 до можливого максимуму $n(n-1)/2$, де n – кількість вершин. Така генерація зв'язності не гарантує, однак користувач завжди має змогу відредагувати граф відповідним чином до поставленої задачі. Дослідимо ще декілька різноманітних зв'язних графів, які не є повними.

На (рис. 5) згенерований граф з 11 вершинами. Для даного графа спостерігається велика гранична верхня оцінка в результаті того, що мінімальних перетинів у даного графа багато, і навіть після знайдених непересічних перетинів серед них оцінка сильно не впала. Крім того, можна навіть побачити, що на графіку верхньої оцінки після $x=0,2$ є точка перегину. Ймовірно причиною цього є той факт, що до цього значення спрацював один перетин, а після цього вже для головної ймовірності справності відіграє роль зовсім інший мінімальний перетин.

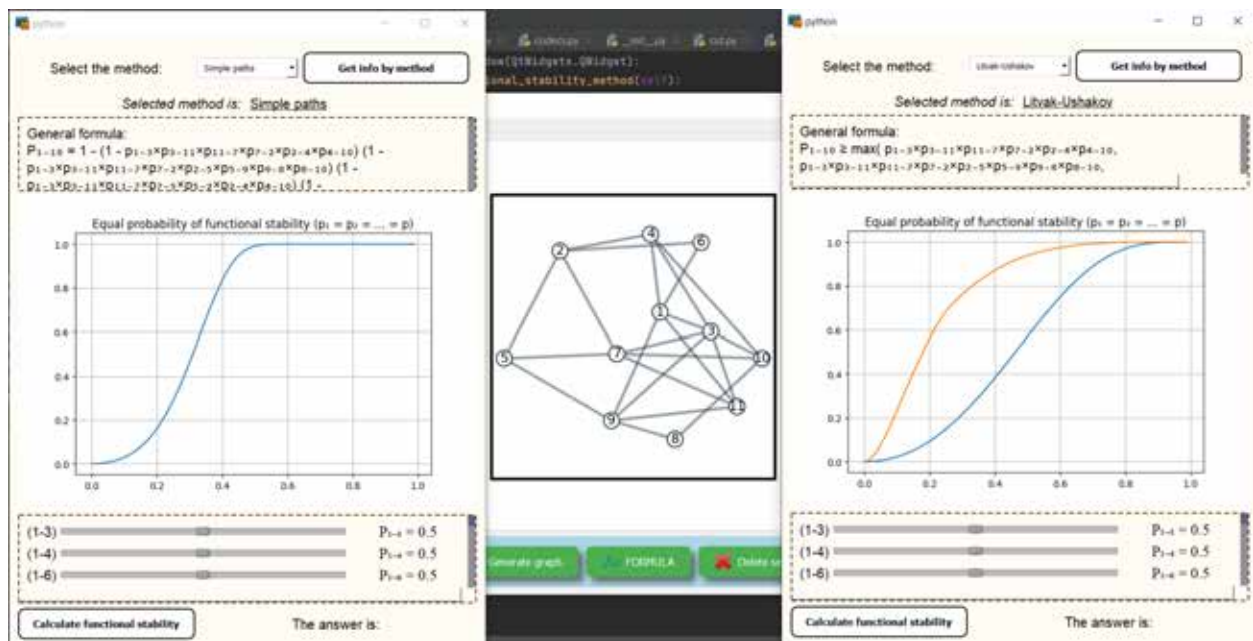


Рис. 5. Порівняльний аналіз зв'язного графа 1

Далі на рисунку 6 розглянемо наступний зв'язний граф з 10 вершин. Відзначимо, що незважаючи на його цікаву структуру, шляхи від першого до останнього десятого елемента цей граф має. Верхня оцінка Литвака-Ушакова, яка для попереднього графу здавалася зовеликою, а тут вже дуже сильно відрізняється від лівого графіка. Проаналізуємо сам граф. Його умовно можна поділити на три частини: вершина 1, вершини 2-7 та вершини 8-10. Очевидно, що якщо тут почати виділяти мінімальні перетини, то багато з них будуть непересічними, оскільки знаходяться у різних частинах, що й зменшує ймовірність.

Граф на рисунку 7 був згенерований та допрацьований власноруч в редакторі і має одну особливу характеристику – перша та остання вершини зв'язані, а усі інші вершини взагалі не мають жодних спільних ребер із першою.

Тут формула функції для графіку має простий вигляд – лінійна функція $y=x$. Уся система залежить лише від одного єдиного ребра, і ймовірність його справності просто дорівнює ймовірності справності усієї інформаційної системи. Якщо ми видалимо усі «зайві» ребра, які не пов'язані із першою вершиною в графі, то побачимо, що даний граф є графом-шляхом з одним єдиним ребром.

Здійснений аналіз методів оцінки функціональної стійкості інформаційних систем дозволив визначити ключові фактори, що впливають на їх надійність. Використання різних підходів до моделювання, зокрема методів на основі ймовірнісних розрахунків і структурного аналізу, дає змогу більш точно прогнозувати поведінку системи в умовах змінних параметрів. Отримані результати можуть бути застосовані для оптимізації архітектури інформаційних систем та підвищення їхньої стійкості до відмов.

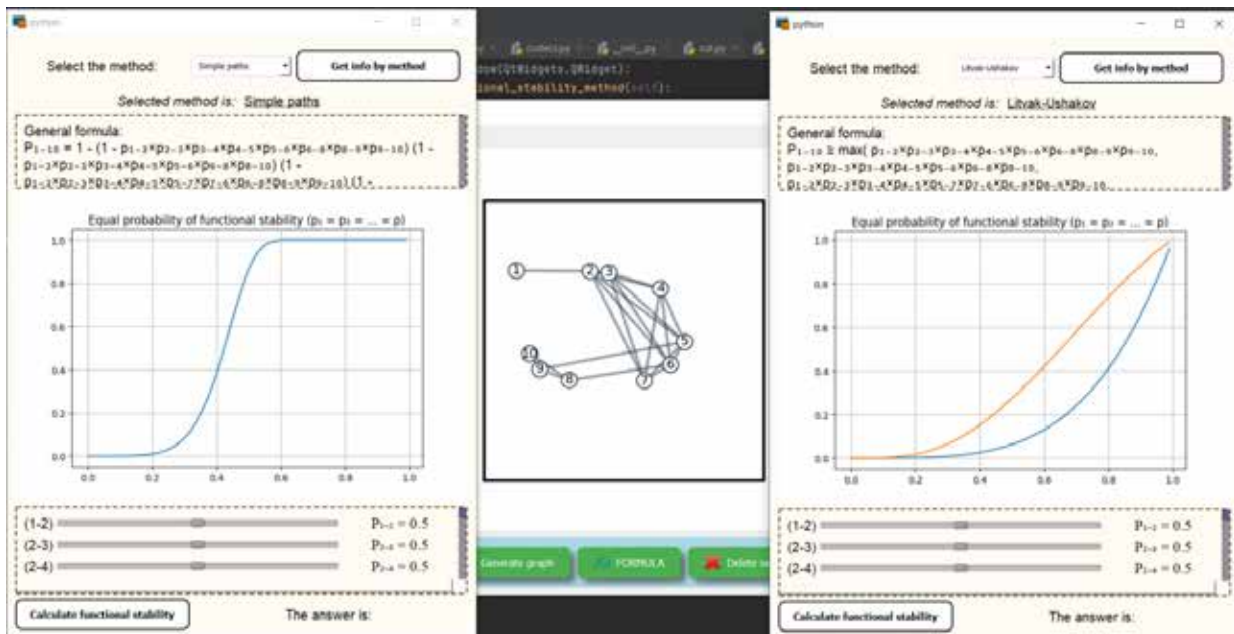


Рис. 6. Порівняльний аналіз зв'язного графа 2

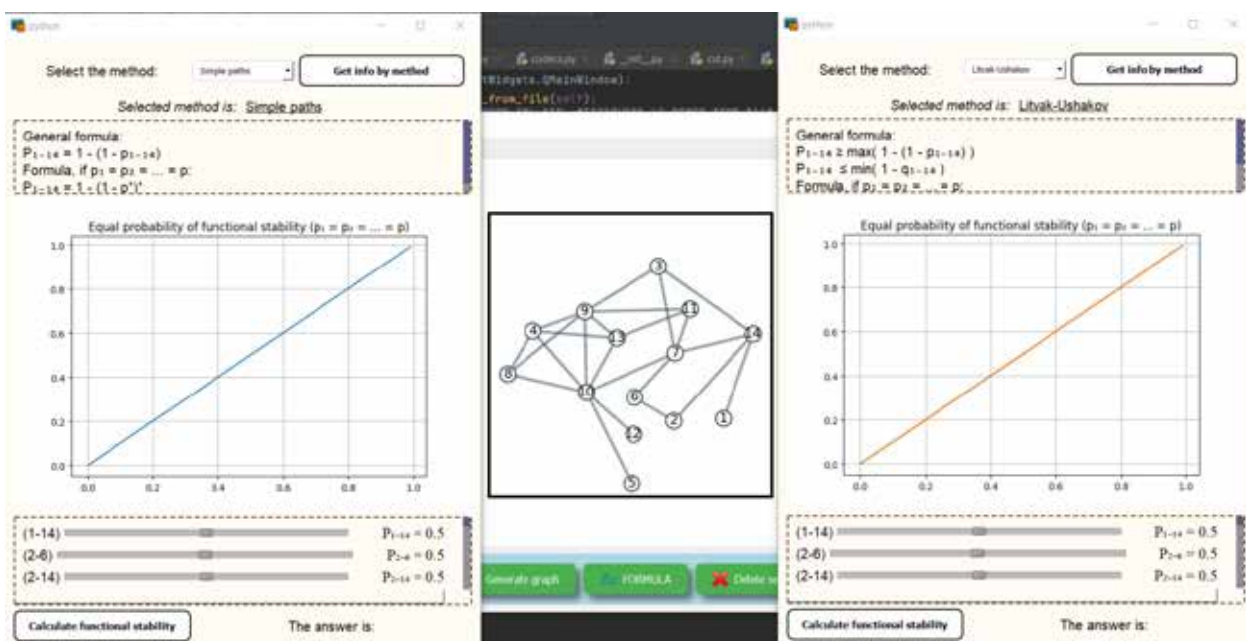


Рис. 7. Порівняльний аналіз зв'язного графа 3

Висновки. У ході дослідження було проведено аналіз функціональної стійкості інформаційних систем та методів її оцінки. Було розглянуто точні та наближені методи оцінки, зокрема методи Езарі-Прохана та Литвака-Ушакова, а також метод повного перебору. Порівняння цих методів продемонструвало, що вибір конкретного підходу залежить від складності системи, кількості її компонентів та вимог до точності оцінки.

Дослідження показало, що:

- функціональна стійкість інформаційних систем значною мірою залежить від структури графа системи – чим більше альтернативних шляхів зв'язку між елементами, тим вища ймовірність збереження працездатності системи в разі відмов окремих компонентів;
- метод повного перебору є найбільш точним, але потребує значних обчислювальних ресурсів, що робить його непридатним для складних систем;

- метод мінімальних шляхів забезпечує швидку оцінку, але не враховує всі можливі відмови, що може призводити до завищеної оцінки стійкості;
- метод Литвака-Ушакова є найбільш збалансованим, оскільки він враховує як мінімальні шляхи, так і мінімальні перетини, що дозволяє отримати більш точні оцінки в порівнянні з методом мінімальних шляхів;
- при збільшенні кількості вершин і зв'язків у графі точність оцінки методом наближених оцінок залишається прийнятною, тоді як точні методи стають менш ефективними через складність обчислень.

У подальших дослідженнях доцільним є розгляд гібридних методів оцінки функціональної стійкості, що поєднують високу точність із прийнятною швидкістю обчислень, а також удосконалення алгоритмів автоматичного виявлення критичних вузлів у структурі інформаційних систем.

Список використаних джерел:

1. Собчук В. В., Барабаш О. В., Мусієнко А. П. Основи забезпечення функціональної стійкості інформаційних систем підприємств в умовах впливу дестабілізуючих факторів: монографія. Київ: Міленіум, 2022. 272 с. ISBN: 973-966-8063-82-3. URL: https://www.researchgate.net/publication/363474851_Basis_for_functional_stability_of_information_systems_businesses_under_the_influence_of_destabilizing_factors (дата звернення: 07.03.2025)
1. Mashkov O., Kosenko V. Ensuring of functional stability of difficult dynamic systems as one of urgent scientific tasks of modern theory of automatic control. *Informatyka, Automatyka, Pomiar w Gospodarce i Ochronie Środowiska*. 2015, Vol. 5, no. 3. P. 39–42. <https://doi.org/10.5604/20830157.1166550>
2. Mashkov O., Chumakevych V., Sokulsky O., Chyrun L. Features of determining controlling effects in functionally-stable systems with recovery of control. *Mathematical Modeling and Computing*. 2019. Vol. 6, no. 1. P. 85–91. <https://doi.org/10.23939/mmc2019.01.085>
3. Peng S.-L., Lin C.-K., Tan J.J.M. and Hsu L.-H. The g-Good-Neighbor Conditional Diagnosability of Hypercube under PMC Model. *Applied Mathematics and Computation*. 2012. Vol. 218, no. 21. P. 10406–10412. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2012.03.092>
4. Yuan J., Liu A., Ma X., Liu X., Qin X. and Zhang J. The g-Good-Neighbor Conditional Diagnosability of k-Ary n-Cubes under the PMC Model and MM Model. *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*. 2015. Vol. 2, no. P. 1165–1177. <http://doi.org/10.1109/TPDS.2014.2318305>
5. Бойко В., Василенко М., Слатвінська В. Моделювання живучості та відновлення інформаційно-комунікаційних мереж в умовах дії кіберзагроз. *Інформаційні технології та суспільство*. 2024. № 1 (12). С. 13–19. <https://doi.org/10.32689/maup.it.2024.1.2>
6. Barabash O., Sobchuk V., Musienko A., Laptiev O., Bohomia V., Kopytko S. System Analysis and Method of Ensuring Functional Sustainability of the Information System of a Critical Infrastructure Object. In: Zgurovsky, M., Pankratova, N. (eds) *System Analysis and Artificial Intelligence. Studies in Computational Intelligence*. 2023. Vol. 1107. Springer, Cham. P. 117–192. https://doi.org/10.1007/978-3-031-37450-0_11
7. Sobchuk V., Barabash O., Musienko A., Svynchuk O. Adaptive accumulation and diagnostic information systems of enterprises in energy and industry sectors. *E3S Web of Conferences*. 2021. Vol. 250. P. 82–87. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202125008002>
8. Barabash O., Svynchuk O., Salanda I., Mashkov V., Myroniuk M. Ensuring the Functional Stability of the Information System of the Power Plant on the Basis of Monitoring the Parameters of the Working Condition of Computer Devices. *Advanced Information Systems*. 2024. Vol. 8, no. 2. P. 107–117. <https://doi.org/10.20998/2522-9052.2024.2.12>
9. Собчук А. В., Олімпієва Ю. І. Застосування нейромереж для забезпечення функціональної стійкості виробничих процесів. *Телекомунікаційні та інформаційні технології*. 2020. № 2 (67). С. 13–28. <http://doi.org/10.31673/2412-4338.2020.021328>
10. Василенко В. В., Льїн О. О., Березовська Ю. В., Космінський Р. В., Каргаполов Ю. В. Основні напрямки підвищення функціональної стійкості системи управління центру обробки даних. *Зв'язок*. 2019. № 1(137). С. 35–39. URL: <https://con.dut.edu.ua/index.php/communication/article/view/2233> (дата звернення: 07.03.2025)
11. Dodonov O., Gorbachyk O., Kuznietsova M. Analysis and assessment of functional stability of information systems supporting management processes. *International Scientific and Practical Conference «Information Technologies and Security (ITS-2022)»*. Ukraine: Kyiv, 2022. P. 1–10. URL: <https://ceur-ws.org/Vol-3503/paper1.pdf> (дата звернення: 07.03.2025)
12. Барабаш О. В., Мусієнко А. П., Макачук А. В. Порівняльний аналіз методів визначення показників функціональної стійкості інформаційних систем на прикладі повного перебору та методу Литвака-Ушакова. *Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах*. 2023. № 4. С. 57–63. <https://doi.org/10.31891/2219-9365-2023-76-7>
13. Коренівська І. С. Підхід щодо оцінювання надійності функціонування підсистеми передачі даних автоматизованої системи управління авіацією та протиповітряної обороною. *Сучасні інформаційні технології у сфері безпеки та оборони*. 2019. № 3 (36). С. 15–18. <https://doi.org/10.33099/2311-7249/2019-36-3-15-18>
14. Гук О. М., Пермяков О. Ю., Нестеров О. М., Уварова Т. В. Аналіз існуючих підходів щодо оцінювання функціональної стійкості гетерогенних інформаційних систем військового призначення. *Сучасні інформаційні технології у сфері безпеки та оборони*. 2020. № 3 (39). С. 39–18. <https://doi.org/10.33099/2311-7249/2020-39-3-39-44>
15. Шевченко А. В. Управління функціональною стійкістю інформаційних систем на основі оптимізації видатків на захист. *Інформатизація та управління проектами інформатизації Збройних сил*. 2018. № 3 (64). С. 90–96. <https://doi.org/10.33099/2304-2745/2018-3-64/90-96>
16. Mutar E. Estimating the reliability of complex systems using various bounds methods. *International Journal of Systems Assurance Engineering and Management*. 2023. Vol. 14. P. 2546–2558. <http://doi.org/10.1007/s13198-023-02108-7>